

# L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X nella Scuola Media Superiore: applicazioni didattiche con P<sub>S</sub>Tricks

Luciano Battaia

## Sommario

Scopo del presente articolo è discutere la possibilità di introdurre, con positive e importanti ricadute didattiche, l'uso di L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X, e in particolare del pacchetto P<sub>S</sub>Tricks con le sue estensioni, nella scuola media superiore.

L'articolo, che trae origine da un'esperienza fatta negli ultimi anni presso il Liceo Scientifico Grigoletti di Pordenone e principalmente in una classe terza dell'anno scolastico 2006/2007, non riporta i dettagli d'uso dei pacchetti L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X citati, quanto piuttosto una serie di idee su come riuscire a conciliare L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X (e in particolare P<sub>S</sub>Tricks) con i normali (e straoibsoleti) dettami dei programmi scolastici, in modo da proporre qualcosa che sia interessante per gli studenti e utile per il loro futuro di "utenti L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X".

## Abstract

The aim of this paper is to promote the use of L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X, and in particular P<sub>S</sub>Tricks with its extensions, in secondary high school and to debate the positive influences of this fact on math teaching.

The paper is not a technical introduction to P<sub>S</sub>Tricks: rather it reflects the author's ideas concerning the real possibility of reconciling both "old fashioned" school programs and L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X strategies. The techniques discussed here have been used in a course at Liceo Scientifico Grigoletti, Pordenone.

## 1 Introduzione

La diffusione dei software di tipo WYSIWYG di videocomposizione di testi, favorita anche dalla facilità con cui erano, e in parte sono tuttora, reperibili copie contraffatte degli applicativi più diffusi, ha fatto proliferare a dismisura, anche nella scuola media superiore, gli "appunti" autoprodotti distribuiti dai docenti, spesso anche in sostituzione dei libri di testo. Con questo è venuta a mancare l'operazione di "filtro" che eseguivano i tipografi professionisti prima di stampare e diffondere un testo. Ciò ha provocato risultati, a mio parere, disastrosi, e non parlo qui dei contenuti, per i quali forse varrebbe comunque la pena di spendere alcune parole, ma della forma.

Riporto, a titolo d'esempio, il testo di un esercizio in preparazione ai test per l'ammissione a una

scuola di eccellenza, pubblicato sul sito ufficiale di una università italiana:

Col simbolo  $[x]$  si indica la parte intera del numero reale  $x$ , ossia il più grande intero che non supera  $x$ . Trovare tutte le soluzioni dell'equazione  $x[x/x]=82$ .

Il grosso problema è che tutto questo ha fatto perdere il "gusto" per i documenti ben formati, piacevoli da consultare, e quindi da studiare, ponendo principalmente l'attenzione sulle enormi possibilità di adattamenti puramente estetici, spesso privi di ogni senso. In una tesina dei recenti esami di stato (valutata con il massimo dei voti da parte dei commissari), ho potuto contare ben *dodici* font diversi utilizzati nelle varie parti (compreso naturalmente l'onnipresente Comic Sans).

In questa situazione tentare di diffondere la passione per un software come L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X è un'impresa abbastanza ardua: l'impegno richiesto per produrre risultati, anche se di indubbia qualità, è troppo elevato e l'opinione diffusa è che il gioco non valga la candela. Per esempio uno dei commenti che ho spesso sentito è che, in fondo, non è molto grave se in uno stesso documento trovo scritto a volte  $\arctg x$ , a volte  $\arctg x$ , a volte  $arctg x$ .

Naturalmente questo non significa che si debba rinunciare a "fare proseliti", ma solo che bisogna affrontare il problema da più angolature. Introdotti i rudimenti della costruzione di un documento L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X, e mostrato che in sostanza non c'è nulla di diverso rispetto ad un normale word processor, è opportuno proporre subito lavori che possono essere realizzati *solo* in L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X. Se poi si riesce a inserire l'apprendimento delle tecniche avanzate di videoscrittura all'interno delle normali attività didattiche, come un normale esercizio sugli argomenti che si stanno trattando, allora, forse, il gioco è fatto.

I docenti di materie scientifiche sono chiaramente facilitati in questo: in fondo L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X è nato proprio per loro, ma, secondo me, altre interazioni sono possibili.

Propongo qui la mia esperienza, basata appunto sull'idea di inserire l'apprendimento di L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X e dei pacchetti connessi all'interno delle normali attività didattiche, esattamente come un esercizio applicativo nei corsi di matematica.

In questo articolo parlo solo di applicazioni alla geometria euclidea, ma P<sub>S</sub>Tricks può fare molto

di più: chi è interessato ad approfondirne la conoscenza può visitare il sito web ufficiale, contenente tra l'altro una estesa raccolta di esempi completi di codice sorgente, all'indirizzo <http://tug.org/PSTricks/main.cgi/>. Segnalo inoltre che la seconda edizione del *Latex Graphics Companion*, uscita da pochissimo, contiene ben 250 pagine dedicate proprio a PSTricks.

## 2 Costruzioni geometriche con PSTricks

Una delle necessità più comuni per chi deve produrre appunti di matematica è quella dell'inserimento di grafici e di costruzioni geometriche. Esistono numerosi software, anche free, in grado di soddisfare queste esigenze, ma a quanto mi risulta moltissimi colleghi usano software di geometria dinamica, tipo CABRI<sup>1</sup>, per ottenere le immagini richieste, splendide per la visualizzazione su schermo, ma alquanto povere per quanto riguarda la resa tipografica.

Il pacchetto LATEX che, secondo me, consente i risultati migliori in questo campo è PSTricks con le sue varie e numerose (forse troppo) estensioni. Esistono altre soluzioni, tra cui è doveroso citare pgf, per certi versi, in particolare la sua possibilità di scrivere direttamente il codice pdf nel file di uscita, decisamente interessante. Si potrebbe anche tentare di usare direttamente Metapost, ma la mia idea è quella di rimanere, per quanto possibile, nell'ambito delle conoscenze matematiche di uno studente di terza liceo, tentando anzi di usare la scrittura di codici come esercizio di matematica.

Per chiarire il senso di quello che voglio dire, riporto uno dei primi esercizi che propongo in classe: costruire, e disegnare, un triangolo  $\triangle ABC$  di cui siano dati i lati  $AB = 6$  cm,  $BC = 4$  cm,  $AC = 5$  cm. Poiché PSTricks usa le coordinate cartesiane per posizionare gli oggetti nella pagina, disponiamo opportunamente il triangolo in modo da semplificare la costruzione della figura. Scegliamo di mettere il punto  $A$  nell'origine degli assi cioè in  $(0, 0)$ , il punto  $B$  in  $(6, 0)$  e il punto  $C$  nel primo quadrante, in una posizione da determinare, vedi la figura 1.

Il modo più semplice per determinare la posizione di  $C$  è quello di usare le coordinate polari:  $C = (\rho; \theta)$  (notazione propria di PSTricks). Si ha naturalmente  $\rho = \overline{AC} = 5$ . Per trovare  $\theta$ , ovvero l'angolo  $C\hat{A}B$ , usiamo la formula trigonometrica che coinvolge l'arcotangente. Non si tratta dell'unica formula possibile, ma è da preferire in

1. Citerò spesso in questo articolo i software di geometria dinamica. Farò normalmente riferimento a CABRI solo perché è quello in uso nella mia scuola e tra quelli più diffusi, ma le osservazioni fatte si applicano a uno qualunque dei software in commercio, compresi alcuni esempi free estremamente interessanti, tra cui è d'obbligo di citare KIG, reperibile all'indirizzo <http://edu.kde.org/kig/>.

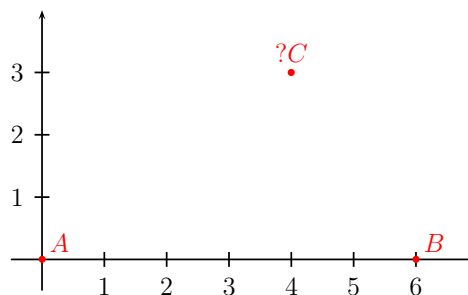


FIGURA 1: Costruzione di un triangolo dati i lati

questo caso in quanto il linguaggio PostScript ha l'arcotangente tra le funzioni predefinite.

La formula richiesta è:

$$\widehat{CAB} = 2 \arctan \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{s(s-a)}}$$

ove  $s$  è il semiperimetro e  $a, b, c$  sono i lati opposti agli angoli  $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$ , come d'uso. I valori adatti al nostro problema sono:  $s = 7.5, s - a = 3.5, s - b = 2.5, s - c = 1.5$ . Dovremo allora calcolare

$$2 \arctan \sqrt{\frac{2.5 \times 1.5}{7.5 \times 3.5}}$$

Si potrebbe usare una calcolatrice e inserire direttamente il suo risultato nel codice LATEX, ma considerato lo scopo di questo esercizio è preferibile inserire direttamente il codice PostScript per eseguire il calcolo.

A proposito di PostScript mi pare interessante, sempre dal punto di vista didattico, l'uso della notazione polacca inversa che questo linguaggio richiede, in particolare la necessità di scrivere le formule senza parentesi: si tratta di un ottimo esercizio per costringere lo studente a ragionare sull'ordine delle operazioni, sul significato delle proprietà delle operazioni stesse, sul modo con cui, a livello elementare, vengono eseguite le varie istruzioni in un calcolatore automatico. Per fare un esempio elementare, gli studenti hanno trovato molto significativo il fatto che le due notazioni possibili, in RPN, per  $a + b + c$ ,  $a b \text{ add } c \text{ add}$  oppure  $a b c \text{ add add}$ , corrispondano effettivamente a due diverse successioni di operazioni del processore, che portano allo stesso risultato solo per la (troppo spesso sottovalutata) proprietà associativa.

Riporto, per completezza, il codice definitivo della costruzione:

```
\documentclass{minimal}
\usepackage{pstricks}
\begin{document}
\thispagestyle{empty}
\begin{pspicture}(0,-0.5)(6,4)
\SpecialCoor
\pspolygon[linecolor=blue](0,0)(6,0)%
```

```
(!2.5 1.5 mul sqrt 7.5 3.5 mul sqrt%
atan 2 mul cos 5 mul 2.5 1.5 mul sqrt%
7.5 3.5 mul sqrt atan 2 mul sin 5 mul)
\end{pspicture}
\end{document}
```

L'esercizio può essere reso ancora più interessante se si richiede, utilizzando il minimo insieme di macro PSTricks, di piazzare i nomi sui vertici, le lunghezze sui lati, di marcare gli angoli, ecc., risultato che si può vedere nella figura 2.

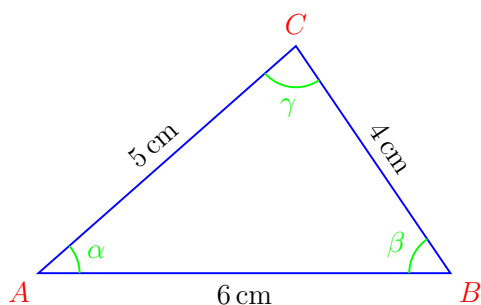


FIGURA 2: Costruzione di un triangolo dati i lati: la figura finale

Per chi fosse interessato a conoscere tutti i dettagli, un articolo esaustivo si può reperire in BATAIA (2005).

La ricaduta didattica di un lavoro di questo tipo è notevole: anche gli studenti più distratti sono stimolati a apprendere i numerosi concetti di geometria analitica e trigonometria necessari al completamento della figura. Ritengo che pratiche di questo tipo siano ben più produttive di decine di esercizi “tradizionali”, con il risultato secondario (ma ovviamente molto importante) di avere preso dimestichezza con il sistema  $\text{\LaTeX}$ .

### 3 Il pacchetto pst-eucl

Un approccio completamente diverso, e ugualmente interessante per le sue ricadute didattiche, si ottiene con l'uso del pacchetto `pst-eucl`, una delle decine di estensioni di PSTricks. Esso mette a disposizione dell'utente tutte le ordinarie tecniche di costruzione “con riga e compasso” della geometria euclidea, oltre a consentire una facile manipolazione degli strumenti tipici di alcune trasformazioni affini del piano in sé. Si hanno dunque a disposizione strumenti molto più sofisticati, che nascono in parte gli algoritmi di base utilizzati, ma che consentono importanti e promettenti sviluppi.

Per quanto riguarda il problema in discussione, si può utilmente far vedere agli studenti come la costruzione richiesta si semplifichi se si hanno a disposizione gli strumenti ordinari del geometra, senza perdere di vista la bellezza di un risultato ottenuto con tecniche elementari. Nel dettaglio si può ora determinare la posizione del punto  $C$  esattamente come si fa su un foglio di carta o con un

software di geometria dinamica come CABRI: dati i punti  $A$  e  $B$  come nodi, si tratta di trovare una delle due intersezioni tra le circonferenze di centro  $A$  e raggio 5 e di centro  $B$  e raggio 4. Il codice è elementare e, soprattutto, estremamente intuitivo. Richiamato il pacchetto `pst-eucl` nel preambolo, il codice precedente si modifica in:

```
\begin{pspicture}(0,-0.5)(6,4)
\pstGeonode(0,0){A}(6,0){B}
\pstInterCC[RadiusA=\pstDistVal{5},%
RadiusB=\pstDistVal{4}]%
{A}{B}{C'}{C''}
\pspolygon[linecolor=blue](A)(B)(C')
\end{pspicture}
```

La cosa estremamente interessante di questo pacchetto, per gli scopi che stiamo perseguendo, è che opera esattamente come CABRI: nelle varie costruzioni si devono fissare alcuni punti base (i “nodi”), e tutto il resto è realizzato direttamente dal codice con gli strumenti classici della geometria. Questo consente di costruire con grande facilità diverse versioni della stessa figura. Considerate poi le affinità con il metodo di lavoro di CABRI, è possibile sfruttare le capacità dinamiche di questo software per costruire bozze di figure che poi potranno essere realizzate con un codice  $\text{\LaTeX}$  da inserire direttamente in un documento che le richieda.<sup>2</sup>

### 4 Inversioni circolari

Una volta che gli studenti si sono impraticchiti con i primi semplici esercizi di costruzioni con PSTricks, è venuto il momento di passare a costruzioni più complesse. La scelta che ho fatto nell'anno scolastico 2006/2007 è stata quella di trattare la trasformazione per raggi vettori reciproci (inversioni circolari) e in particolare alcuni classici problemi connessi, principalmente il *problema di Apollonio*, ma anche il *porisma di Steiner* o costruzioni relative all'*arbelo*.

Le inversioni circolari costituiscono un argomento raramente trattato a livello di scuola media superiore e, a quanto mi risulta, anche a livello di primi anni di Università. Eppure lo strumento dell'inversione è decisivo nella risoluzione di numerosi problemi e, in altri casi, rende la trattazione semplice ed elegante. Si può aggiungere che, se si rinuncia a entrare troppo nei dettagli tecnici, non si tratta di un problema teoricamente complesso e sicuramente alla portata di uno studente medio.

2. PSTricks e i pacchetti connessi producono codice PostScript che non può essere inserito direttamente in un file da compilare con  $\text{\LaTeX}$ . Fino a qualche tempo fa era possibile solo il solito passaggio *dvi* → *ps* → *pdf*, o l'inserimento di immagini esterne. Ora esistono anche dei pacchetti (come `pst-pdf`) che rendono praticamente automatica la compilazione anche con  $\text{\LaTeX}$  di file contenente codice PSTricks.

L'uso poi di CABRI e, nel nostro caso, di PSTricks rende ancora più affascinante la trattazione.

Anche in questo caso le interazioni con CABRI sono state molto importanti. Per esempio la costruzione delle circonferenze che risolvono il *problema di Apollonio* è, quasi sempre, tecnicamente complessa e richiede una attenta analisi delle situazioni di partenza per ottenere risultati significativi ed esteticamente accettabili: molto spesso le costruzioni debordano facilmente dal foglio di disegno e si rischia di produrre un grafico bellissimo, ma magari visualizzabile solo in un foglio di formato A0! L'uso di un software di geometria dinamica, come CABRI, può grandemente semplificare il problema, in quanto permette di modificare velocemente i dati iniziali fino a scegliere una situazione adatta ad essere trasferita efficacemente su carta.

Il primo problema che si è presentato è stato quello di costruire delle macro per velocizzare alcuni passaggi che si ripetono molto spesso nelle costruzioni richieste. La scelta che ho fatto è stata quella di ricercare codici semplici e facilmente costruibili anche da parte di chi non ha particolare dimestichezza con LATEX: gli studenti destinatari del progetto avevano fatto non più di 6 – 7 lezioni sull'argomento.

Ovviamente la macro più importante è proprio quella che costruisce l'inverso di un punto, dato il centro e il raggio del cerchio di inversione. Riporto qui di seguito quella che abbiamo utilizzato (e che sicuramente potrebbe essere perfezionata da parte di qualche esperto!).

```
\makeatletter
\newcommand{\pstInv}[5] [] {%
\pstInterLC[Radius=\pstDistVal{#3},%
  PointNameA=none,PointSymbolA=none,%
  PointNameB=none,PointSymbolB=none]%
  {#2}{#4}{#2}{@X}{@Q}%
\pstRotation[RotAngle=90,PointName=none,%
  PointSymbol=none] {#2}{@Q} [@T]%
\pstTranslation[PointName=none,%
  PointSymbol=none] {#4}{@Q} [@T] [@S]%
\pstInterLL[PointName=none,%
  PointSymbol=none] {@Q}{@S}{#2}{@T}{@N}%
\pstCircleOA[linestyle=none] {#2}{@N}%
{\psset{PointNameA=none,%
  PointSymbolA=none,PointNameB=none,%
  PointSymbolB=none}%
\pstInterLC[#1] {#2}{#4}{#2}{@N}{@R}{#5}}%
}
\makeatother
```

Il comando `\pstInv`, così definito, richiede 5 parametri, di cui uno opzionale.

- La macro non disegna di default il punto inverso, né il suo nome. Nel parametro opzionale si possono inserire le opzioni per modificare questo comportamento, e precisamente:

- `PointSymbolB=default` (o qualcos'altro) per disegnare il punto inverso;
- `PointNameB=default` (o qualcos'altro) per scrivere il nome del punto inverso;
- altre opzioni tipiche di `pst-eucl` (per esempio `PosAngle`).

- Il primo parametro obbligatorio è il centro di inversione (un nodo già definito).
- Il secondo parametro obbligatorio è il raggio del cerchio di inversione.
- Il terzo parametro obbligatorio è il punto di cui calcolare l'inverso (un nodo già definito).
- Il quarto parametro obbligatorio è il nome di nodo del punto inverso.

A questo punto naturalmente si è dovuto procedere allo studio analitico dei problemi proposti. In tutti i casi abbiamo prima sperimentato le costruzioni con CABRI e successivamente siamo passati alla traduzione dei vari passaggi nel codice PSTricks.

Il lavoro è stato abbastanza complesso e i codici delle varie figure possono essere anche lunghi un centinaio di righe, ma devo concludere che i risultati sono stati ritenuti molto soddisfacenti da parte degli studenti e che la maggior parte di loro è riuscita a svolgere agevolmente i compiti assegnati. Tutto il materiale, comprensivo dei codici completi, è consultabile in BATTALIA (2007a) e BATTALIA (2007b).

A mio avviso è abbastanza interessante il fatto che siamo riusciti a produrre codici facilmente configurabili per trattare diversi casi. Per esempio nel caso del *porisma di Steiner*, le varie situazioni possono essere trattate semplicemente modificando alcuni parametri posti nella parte iniziale del codice:

```
\newcommand{\rgrande}{(raggio del cerchio esterno)}
\newcommand{\distcentri}{(distanza tra i due centri dei cerchi base)}
\newcommand{\numcirc}{(numero di cerchi della catena)}
\newcommand{\anginiz}{(angolo (espresso in gradi) del primo centro)}
```

La cosa permette di costruire facilmente delle animazioni visualizzabili in Acrobat se si ha la versione almeno 7. Le animazioni possono essere realizzate con estrema semplicità utilizzando il nuovo pacchetto animate di Alexander Grahn.

Riporto per completezza nelle figure 3 e 4 l'immagine finale della costruzione dei cerchi di Apollonio, nel caso più complesso delle circonferenze tangenti a tre circonferenze date, e una delle immagini relative al *porisma di Steiner*.

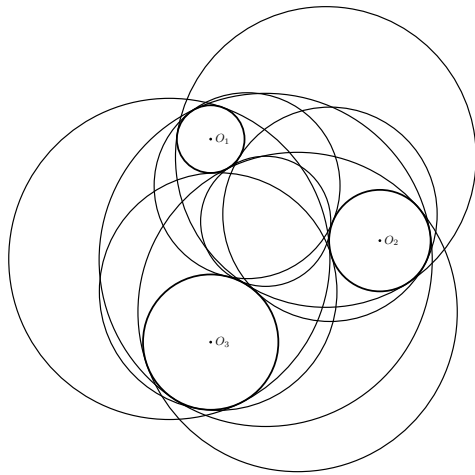


FIGURA 3: Il problema di Apollonio: circonferenze tangenti a tre circonferenze date

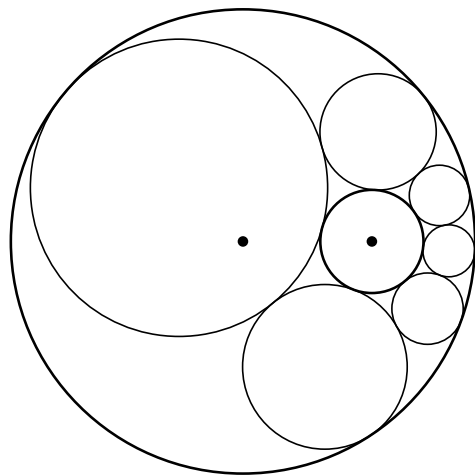


FIGURA 4: Il porisma di Steiner: una catena con 6 circonferenze

## 5 Un compito per casa

Oltre ai lavori principali realizzati in classe, nei quali l'aspetto "matematico" era preminente, sono stati assegnati numerosi lavori domestici agli studenti. Tra questi uno è preso da un'idea pubblicata da Martin Gardner in *The Sixth Book of Mathematical Games from Scientific American*, Chicago, IL, University of Chicago Press, 1984, e si riferisce alla costruzione dell'inversa di una normale scacchiera, rispetto ad un circolo di inversione con centro nel centro della scacchiera base.

Si tratta di una costruzione semplice nella sua impostazione generale, ma assai complessa nella sua realizzazione tecnica, a causa dei numerosi passaggi richiesti. La soluzione che propongo qui, vedi la figura 5, è stata realizzata interamente da uno studente di 3<sup>a</sup> Liceo Scientifico<sup>3</sup>, con solo li-

3. Lorenzo de Francesco, 3<sup>a</sup>B, Liceo Scientifico "Grigoletti" di Pordenone.

mitatissimi aiuti da parte del docente. Poiché il codice completo contiene alcune centinaia di righe, mi pare un risultato di indubbio valore. Tra l'altro questa volta PSTricks si è rivelato superiore a CABRI, con il quale la colorazione delle varie zone non si rivela affatto banale.

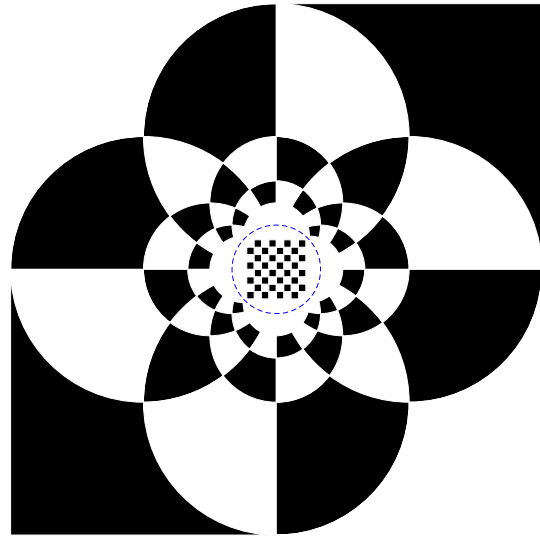


FIGURA 5: Una normale scacchiera assieme alla sua inversa

## 6 Idee per il futuro

Visto il successo della modalità di approccio a LATEX che ho proposto in questo articolo, intendo continuare anche per il futuro, cercando magari ulteriori strategie per interessare studenti, e docenti, anche non dell'ambito strettamente scientifico.

Uno dei progetti che conto di realizzare è quello di coinvolgere i docenti di lettere e lingua straniera, per esempio usando i pacchetti `gb4e` e `cgloss4e` di Hans-Peter Kolb e Craig Thiersch per traduzioni interlineari o altre opportunità offerte dai pacchetti stessi.

Il tentativo di coinvolgere nell'uso di LATEX docenti che "non hanno bisogno di formule o grafici" non è semplice: un uso accurato di un programma di videoscrittura WYSIWYG<sup>4</sup> consente di ottenere in genere risultati abbastanza soddisfacenti. I colleghi che ho contattato sono però rimasti molto impressionati dalla facilità con cui si può produrre in LATEX un pezzo di documento come quello della figura 6.

Se son rose, fioriranno,...

## 7 Conclusioni

I risultati del progetto di introduzione a LATEX nella scuola media superiore, che ho qui descritto

4. In realtà la quasi totalità degli utenti che ho avuto modo di incontrare usa questo tipo di programmi solo come una macchina da scrivere un po' sofisticata, e non conosce nemmeno tutte le varie opzioni di "progettazione" dei documenti che vengono fornite.

<p>Ne quidem nostris temporibus  <i>Nemmeno nei nostri tempi</i>  aetas quamquam incuriosa  <i>la generazione sebbene incurante</i>  suorum omisit tradere, antiquitus  <i>dei suoi tralasciò di affidare, anticamente</i>  usitatum, posteris facta et mores  <i>abituale, ai posteri le opere e i costumi</i>  virorum clarorum, quotiens  <i>degli uomini illustri, ogni volta che</i>  aliqua magna ac nobilis virtus vicit ac  <i>una grande e nobile virtù vinse e</i>  supergressa est vitium commune  <i>superò il vizio comune</i>  parvis et magnis civitatibus,  <i>alle piccole e alle grandi città,</i>  ignorantiam recti et invidiam.  <i>l'ignoranza del bene e l'invidia.</i></p>
--

FIGURA 6: Tacito: *Vita di Agricola*, con traduzione interlineare

to, sono molto incoraggianti e spero ci potranno essere ulteriori sviluppi nel futuro.

Purtroppo, come osserva Peter Flynn in *Formatting Information*, Silmaril Consultants, «Molti sono diventati “Drogati del Word Processing” e non *scrivono* documenti, li *disegnano*, quasi nello stesso modo in cui un bambino di tre anni, in età prescolare, potrebbe fingere di “scrivere” una storia, mentre sta solo creando una sequenza di simboli con un blocco di carta e una scatola di pennarelli». Tentare di passare l’idea che bisognerebbe innanzitutto preoccuparsi di *scrivere* un documento, piuttosto che perdere una gran parte del tempo a fare un editing casuale e a “giocare con il mouse”, è un compito arduo e impegnativo e spesso i vincoli imposti dal “sistema LATEX” sono mal sopportati se non detestati. Recentemente ho avuto uno scambio epistolare con uno studente impegnato a scrivere la propria tesi: aveva utilizzato la classe `toptesi` e non riusciva a mandare giù il fatto che, dopo tutta la fatica fatta, non riusciva a ingrandire i caratteri come voleva, in modo da guadagnare qualche pagina!

In ogni caso mi auguro di avere contribuito a dif-

fondere la convinzione che fare qualcosa per estendere l’interesse per i documenti ben fatti è ancora possibile, anche nella scuola media superiore.

## Riferimenti bibliografici

- BATTAIA, L. (2005). «Triangoli, PSTricks e Cabri». Disponibile su [www.batmath.it/latex/pdfs/costr\\_tri.pdf](http://www.batmath.it/latex/pdfs/costr_tri.pdf).
- (2007a). «Apollonio, inversioni e PSTricks». Disponibile su [www.batmath.it/latex/pdfs/apollonio\\_pst.pdf](http://www.batmath.it/latex/pdfs/apollonio_pst.pdf).
- (2007b). «Il porisma di Steiner». Disponibile su [www.batmath.it/latex/pdfs/steiner.pdf](http://www.batmath.it/latex/pdfs/steiner.pdf).
- BECCARI, C. (2005). «La classe `toptesi`». Disponibile su CTAN [macros/latex/contrib/toptesi](http://ctan.org/macros/latex/contrib/toptesi).
- GRAHN, A. (2007). «The `animate` package». Disponibile su CTAN [macros/latex/contrib/animate](http://ctan.org/macros/latex/contrib/animate).
- KOLB, H.-P. e THIERSCH, C. (2006(?)). «The `gb4e` and `cgloss4e` packages». Disponibile su CTAN [macros/latex/contrib/gb4e](http://ctan.org/macros/latex/contrib/gb4e).
- NIESPRACHK, R. e GÄSSLEIN, H. (2006). «The `pst-pdf` package». Disponibile su CTAN [graphics/pstricks/contrib/pst-pdf](http://ctan.org/graphics/pstricks/contrib/pst-pdf).
- RODRIGUEZ, D. (2005). «The `pst-eucl` package». Disponibile su CTAN [graphics/pstricks/contrib/pst-eucl](http://ctan.org/graphics/pstricks/contrib/pst-eucl).
- TANTAU, T. (2006). «The `TikZ` and `pgf` packages». Disponibile su CTAN [graphics/pgf](http://ctan.org/graphics/pgf).
- VAN ZANDT, T. (2003). «PSTricks: Postscript macros for generic TEX». Disponibile su CTAN [graphics/pstricks/base/generic](http://ctan.org/graphics/pstricks/base/generic).

▷ Luciano Battaia  
Liceo S. “Grigoletti” - Pordenone  
[batmath@gmail.com](mailto:batmath@gmail.com)